Plan de travail / curriculum interne de mathématiques en terminale ES

Thèmes	Contenus d'après le programme scolaire et le choix du personnel	Attendus / compétences	Méthodes à utiliser pour acquérir les compétences	Nombre de semaines
Suites (*1er semestre*)	• Suites géométriques. • Limite de la suite (q_n), q étant un nombre réel strictement positif. • Suites arithmético- géométriques.	• Reconnaître et exploiter une suite géométrique dans une situation donnée. • Connaître la formule donnant $1 + q + K + q_n$ avec $q \neq 1$. • Déterminer la limite d'une suite géométrique de raison strictement positive. • Étant donné une suite (q_n) avec $0 < q < 1$, mettre en œuvre un algorithme permettant de déterminer un seuil à partir duquel q_n est inférieur à un réel a positif donné. Le comportement lorsque n tend vers $+\infty$ de la somme des n premiers termes de certaines suites géométriques fournit un exemple de suite croissante n'ayant pas pour limite $+\infty$. • Traduire une situation donnée à l'aide d'une suite arithmético-géométrique.	• Le tableur, les logiciels de géométrie dynamique et de calcul sont des outils adaptés à l'étude des suites, en particulier pour une approche expérimentale de la notion de limite. • On détermine, sans soulever de difficulté, la limite de la somme $1 + q + K + q_n$ quand $0 < q < 1$. • On évoque les aspects historiques et philosophiques de cette question en présentant quelques paradoxes classiques. • Toute indication doit être donnée dans l'étude des suites arithmético-géométriques.	3 sem.
Outils pour l'étude de fonction: continuité et convexité (*1er semestre, réinvestisse-ment au 2ème semestre*)	• Notion de continuité sur un intervalle • Fonction convexe, fonction concave sur un intervalle. • Convexité et sens de variation de la dérivée. • Point d'inflexion	• Exploiter le tableau de variation pour déterminer : - le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$; - le signe d'une fonction. • Reconnaître graphiquement des fonctions convexes, concaves. • Utiliser le lien entre convexité et sens de variation de la dérivée. • Reconnaître graphiquement un point d'inflexion.	• On se limite à une approche intuitive et on admet que les fonctions usuelles sont continues par intervalle. La propriété des valeurs intermédiaires est présentée graphiquement ; on convient que les flèches obliques d'un tableau de variation traduisent la continuité et la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré. • On met en évidence ces notions sur les fonctions de référence: $x \rightarrow x^2$ et $x \rightarrow \sqrt{x}$ • Le lien entre convexité et sens de variation de la dérivée est conjecturé puis admis. On peut utiliser le signe de la dérivée seconde. • On met en évidence cette notion sur la fonction $x \rightarrow x^3$ • Un point d'inflexion est un point où la représentation graphique traverse sa tangente.	3 sem.

Thèmes	Contenus d'après le programme scolaire et le choix du personnel	Attendus / compétences	Méthodes à utiliser pour acquérir les compétences	Nombre de semaines
Probabilités condition-nelles (*1er semestre*)	• Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation PA (B) .	• Construire un arbre pondéré en lien avec une situation donnée. • Exploiter la lecture d'un arbre pondéré pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.	• Cette partie du programme se prête particulièrement à l'étude de situations concrètes. • On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau. On énonce et on justifie les règles de construction et d'utilisation des arbres pondérés. • Un arbre pondéré correctement construit constitue une preuve. Le vocabulaire lié à la formule des probabilités totales n'est pas un attendu du programme, mais la mise en œuvre de cette formule doit être maîtrisée.	3 sem.
Fonctions exponentielles (*1er semestre*)	• Fonction $x \rightarrow q^x$ avec q > 0 . Relation fonctionnelle. • Fonction exponentielle $x \rightarrow e^x$. • Dérivée de $x \rightarrow e^{u(x)}$ où u est une fonction dérivable.	• Connaître l'allure de la représentation graphique de la fonction $x \rightarrow q^x$ selon les valeurs de q. • Connaître la dérivée, les variations et la représentation graphique de la fonction exponentielle. • Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture. • Calculer la dérivée d'une fonction de la forme $x \rightarrow e^{u(x)}$.	• Ces fonctions sont présentées comme un prolongement continu des suites géométriques. On admet que ces fonctions sont dérivables sur R et transforment les sommes en produits. • On fait observer à l'aide d'un logiciel qu'entre toutes les fonctions exponentielles, une seule semble avoir 1 pour nombre dérivé en 0. L'existence et l'unicité de cette fonction sont admises. Le nombre e est l'image de 1 par cette fonction. • On étudie des exemples de fonctions de la forme $x \rightarrow e^{u(x)}$ notamment avec $u(x)=-kx$ ou $u(x)=-kx^2$ (k > 0), qui sont utilisés dans des domaines variés. La notion générale de composée est hors programme.	4 sem.
Calcul intégral (*2ème semestre*)	• Définition de l'intégrale d'une fonction continue et positive sur [a, b] comme aire sous la courbe. Notation $\int_a^b f(x)dx$. • Théorème : si f est continue et positive sur [a, b], la fonction F définie sur [a, b] par $\int_a^x f(t)dt$ est dérivable sur [a,	• Déterminer des primitives des fonctions usuelles par lecture inverse du tableau des dérivées. • Connaître et utiliser une primitive de $x \rightarrow u'(x)e^{u(x)}$. • Calculer une intégrale. • Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes représentatives de deux fonctions positives.	• On s'appuie sur la notion intuitive d'aire rencontrée au collège et sur les propriétés d'additivité et d'invariance par translation et symétrie. • Une primitive F de la fonction continue et positive f étant connue, on a: $\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$	3 sem.

Thèmes	Contenus d'après le programme scolaire et le choix du personnel	Attendus / compétences	Méthodes à utiliser pour acquérir les compétences	Nombre de semaines
	b] et a pour dérivée f. • Primitive d'une fonction continue sur un intervalle. • Théorème : toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives. • Valeur moyenne d'une fonction continue sur un intervalle. • Intégrale d'une fonction de signe quelconque. • Linéarité, positivité, relation de Chasles.		• On fait prendre conscience aux élèves que certaines fonctions comme $x \rightarrow e^{-x^2}$ n'ont pas de primitive « explicite ». • La formule $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ est étendue aux fonctions continues de signe quelconque. Les notions d'aire et de moyenne sont illustrées par des exemples issus des sciences économiques.	
Loi de probabilité à densité (2*nd semestre*)	• Loi à densité sur un intervalle. • Loi uniforme sur [a, b]. • Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi uniforme. • Loi normale centrée réduite N (0,1) • Loi normale N (μ,σ^2) d'espérance μ et d'écart-type σ.	• Connaître la fonction de densité de la loi uniforme sur [a, b]. • Connaître la fonction de densité de la loi normale N (0,1) et sa représentation graphique. • Connaître une valeur approchée de la probabilité de l'événement $\{ X \in [-1{,}96 ; 1{,}96] \}$ lorsque X suit la loi normale N (0,1) • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour obtenir une probabilité dans le cadre d'une loi normale N (μ,σ^2). • • Connaître une valeur approchée de la probabilité des événements suivants: $\{ X \in [\mu-\sigma ; \mu+\sigma] \}$, $\{ X \in [\mu-2\sigma ; \mu+2\sigma] \}$ et $\{ X \in [\mu-3\sigma ; \mu+3\sigma] \}$ lorsque X suit la loi normale N (μ,σ^2).	• Les exemples étudiés s'appuient sur une expérience aléatoire et un univers associé Ω , muni d'une probabilité. On définit alors une variable aléatoire X, fonction de Ω dans R, qui associe à chaque issue un nombre réel d'un intervalle I de R. On admet que X satisfait aux conditions qui permettent de définir la probabilité de l'événement $\{ X \in J \}$ comme aire du domaine: $\{ M(x;y) / x \in J \text{ et } 0 \leq y \leq f(x) \}$où f désigne la fonction de densité de la loi et J un intervalle inclus dans I. • Toute théorie générale des lois à densité et des intégrales sur un intervalle non borné est exclue. • L'instruction « nombre aléatoire » d'un logiciel ou d'une calculatrice permet d'introduire la loi uniforme sur [0,1]. La notion d'espérance d'une variable aléatoire à densité sur [a, b] est introduite à cette occasion par $\int_a^b f(t)dt$. On note que cette définition constitue un prolongement dans le cadre continu de l'espérance d'une variable	3 sem.

Thèmes	Contenus d'après le programme scolaire et le choix du personnel	Attendus / compétences	Méthodes à utiliser pour acquérir les compétences	Nombre de semaines
			aléatoire discrète. • Pour introduire la loi normale N (0,1), on s'appuie sur l'observation des représentations graphiques de la loi de la variable aléatoire $Z_n=\frac{X_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}$ suit la loi binomiale B (n, p) et cela pour de grandes valeurs de n et une valeur de p fixée entre 0 et 1. À ce propos, on peut faire référence aux travaux de Moivre et de Laplace en les situant dans une perspective historique. • Une variable aléatoire X suit la loi N (μ,σ^2) si $\frac{X-\mu}{\sigma}$ suit la loi normale N (0,1). On se limite à une approche intuitive de la notion d'espérance. On exploite les outils logiciels pour faire percevoir l'information apportée par la valeur de l'écart-type. On illustre ces notions par des exemples issus des sciences économiques ou des sciences humaines et sociales.	
Fonction logarithme népérien (*2ème semestre*)	• Relation fonctionnelle. • Positions relatives des courbes représentatives des fonctions $x \rightarrow e^x$, $x \rightarrow \ln x$ et $x \rightarrow x$.	• Connaître la dérivée, les variations et la représentation graphique de la fonction logarithme népérien. • Utiliser la relation fonctionnelle pour transformer une écriture. • Résoudre une équation de la forme $x^n=k$ sur $]0\,;+\infty[$ avec $k \in]0\,;+\infty[$ et $n \in \mathbb{N}$.	• Pour tout réel x > 0 , le réel ln x est l'unique solution de l'équation $e^y=x$, d'inconnue y. On définit ainsi la fonction logarithme népérien.	3 sem.

Thèmes	Contenus d'après le programme scolaire et le choix du personnel	Attendus / compétences	Méthodes à utiliser pour acquérir les compétences	Nombre de semaines
Intervalle de fluctuation / estimation (2nd *semestre*)	• Intervalle de fluctuation • Estimation Intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95. • Niveau de confiance.	• Connaître, pour n assez grand, l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %: $\left[p-1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}};p+1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$ où p désigne la proportion dans la population. • Estimer une proportion inconnue à partir d'un échantillon. • Déterminer une taille d'échantillon suffisante pour obtenir, avec une précision donnée, une estimation d'une proportion au niveau de confiance 0,95.	• La variable aléatoire F_n qui, à tout échantillon de taille n, associe la fréquence, prend ses valeurs dans l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % avec une probabilité qui s'approche de 0,95 quand n devient grand. • On admet le résultat ci-contre, qui est conforté grâce à la simulation. • Avec les exigences usuelles de précision, on pratique cette approximation dès que $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$. En majorant $1{,}96\sqrt{p(1-p)}$, on retrouve l'intervalle de fluctuation présenté en classe de seconde. La problématique de prise de décision, déjà rencontrée, est travaillée à nouveau. • Les attendus de ce paragraphe sont modestes et sont à exploiter en lien avec les autres disciplines. On énonce que p est élément de l'intervalle $\left[f-\frac{1}{\sqrt{n}};f+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ avec un niveau de confiance de plus de 95 %, où f désigne la fréquence observée sur un échantillon de taille n. • Avec les exigences usuelles de précision, on utilise cet intervalle dès que $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1 - p) \geq 5$. La simulation de sondages sur tableur permet de sensibiliser aux fourchettes de sondage.	2 sem.